

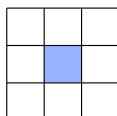
19. Obvod pravouhlého trojúhelníku je 18 cm a součet obsahů čtverců sestavených nad jeho stranami je  $128 \text{ cm}^2$ . Určete obsah tohoto trojúhelníku v  $\text{cm}^2$ .

- (A) 9 (B) 10 (C) 12 (D) 16 (E) 18

20. Trojmístné číslo  $\overline{ABC}$  má následující vlastnosti. Číslo  $(A+B)^C$  je trojmístné a je celou mocninou čísla 2. Kolik takových čísel  $\overline{ABC}$  existuje?

- (A) 6 (B) 13 (C) 18 (D) 20 (E) 21

21. Do každého pole tabulky  $3 \times 3$  je napsáno celé číslo. Součet všech těchto devíti čísel je 500. Číslo v sousedních polích se liší o 1 (za sousední považujeme dvě pole tabulky, která mají společnou celou stranu). Které číslo je ve středu tabulky?

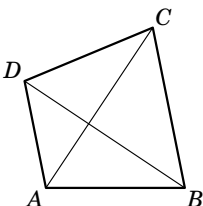


- (A) 50 (B) 54 (C) 55 (D) 56 (E) 57

22. Pro reálná čísla  $x$  a  $y$  platí  $|x| + x + y = 5$  a  $x + |y| - y = 10$ . Určete hodnotu součtu  $x + y$ .

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

23. Úhlopříčky konvexního čtyřúhelníku  $ABCD$  jsou navzájem kolmé. Pro délky jeho stran platí  $|AB| = 17 \text{ cm}$ ,  $|BC| = 18 \text{ cm}$ ,  $|CD| = 19 \text{ cm}$ . Určete délku zbývající strany  $AD$  v cm.



- (A) 16 (B) 18 (C)  $\sqrt{20^2 - 4}$   
(D) 20 (E)  $\sqrt{18^2 + 2}$

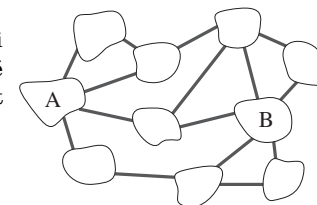
24. Každý z 2017 obyvatel ostrova je buď pravdomluvný (vždy mluví pravdu) nebo lhář (vždy lže). Více než tisíc ostrovanů přišlo na banket a usadilo se kolem kulatého stolu. Každý z nich prohlásil o dvou svých sousedech: „Vedle mě sedí jeden pravdomluvný a jeden lhář.“ Určete největší možný počet pravdomluvných lidí na ostrově.

- (A) 668 (B) 1344 (C) 1345 (D) 1683 (E) 2016



## Úlohy za 3 body

1. Na obrázku vidíte deset ostrovů spojených patnácti mosty. Určete nejmenší možný počet mostů, které musíme odstranit, aby se nedalo po mostech přejít z ostrova A na ostrov B.

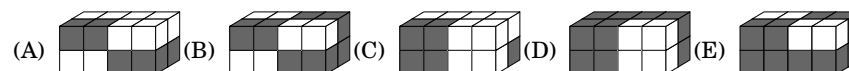


- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

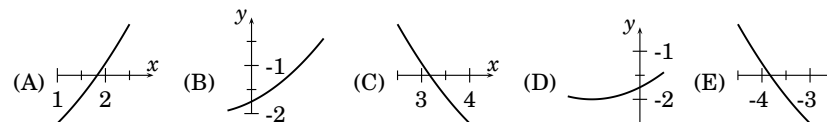
2. Pro dvě kladná reálná čísla  $a$  a  $b$  platí, že 75 % z  $a$  je rovno 40 % z  $b$ . Která z rovností je pravdivá?

- (A)  $15a = 8b$  (B)  $12a = 5b$  (C)  $3a = 2b$  (D)  $5a = 12b$  (E)  $8a = 15b$

3. Ze dvou sousedících bílých a dvou sousedících tmavých krychlí je slepen hranol  $4 \times 1 \times 1$ . Jedno z následujících těles můžeme sestavit ze čtyř takových hranolů. Které?

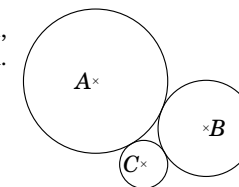


4. Na čtyřech z následujících obrázků jsou části grafu téže kvadratické funkce. Na kterém obrázku není část grafu této funkce?



5. Uvažujme tři navzájem se dotýkající kružnice se středy  $A$ ,  $B$ ,  $C$  a poloměry po řadě 3 cm, 2 cm, 1 cm podle obrázku. Určete obsah trojúhelníku  $ABC$ .

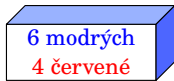
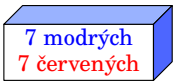
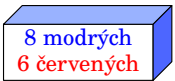


- (A)  $6 \text{ cm}^2$  (B)  $4\sqrt{3} \text{ cm}^2$  (C)  $3\sqrt{2} \text{ cm}^2$   
(D)  $9 \text{ cm}^2$  (E)  $2\sqrt{6} \text{ cm}^2$



6. Graf které z následujících funkcí má nejvíce společných bodů s grafem funkce  $f(x) = x$ ?

- (A)  $g_1(x) = x^2$  (B)  $g_2(x) = x^3$  (C)  $g_3(x) = x^4$  (D)  $g_4(x) = -x^4$  (E)  $g_5(x) = -x$

7. Každá z následujících krabic obsahuje červené a modré koule podle popisu. Bára z krabice náhodně vytáhne jednu kouli. Kterou krabicí si má Bára vybrat, aby pravděpodobnost vytažení modré koule byla největší?

- (A)  (B)  (C) 
- (D)  (E) 

8. Kladné reálné číslo  $p$  je menší než 1 a reálné číslo  $q$  je větší než 1. Které z následujících čísel je největší?

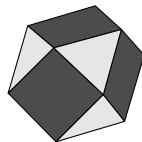
- (A)  $p + q$  (B)  $p \cdot q$  (C)  $\frac{p}{q}$  (D)  $p$  (E)  $q$

Úlohy za 4 body

9. Kolik přirozených čísel má následující vlastnost: Po odstranění jeho poslední číslice dostaneme  $\frac{1}{14}$  původního čísla?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

10. Mnohostěn na obrázku má pouze trojúhelníkové nebo čtvercové stěny. Každý čtverec sousedí se čtyřmi trojúhelníky a každý trojúhelník sousedí se třemi čtverci. Mnohostěn má 6 čtvercových stěn. Kolik má trojúhelníkových stěn?



- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

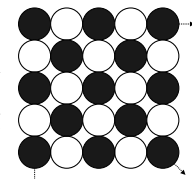
11. Uvažujme všechny rovnice tvaru  $5x^3 + ax^2 + bx + 24 = 0$  s celočíselnými koeficienty  $a$  a  $b$ . Které z následujících čísel nemůže být kořenem žádné z těchto rovnic?

- (A) 1 (B) 5 (C) 6 (D) 8 (E) 12

12. Rotační válce  $A$  a  $B$  mají stejný objem. Poloměr podstavy válce  $B$  je o 10 % větší než poloměr podstavy válce  $A$ . O kolik procent je výška válce  $A$  větší než výška válce  $B$ ?

- (A) o 5 % (B) o 10 % (C) o 11 % (D) o 20 % (E) o 21 %

13. Julie má 1009 tmavých a 1008 bílých kuleček stejné velikosti. Skládá je do vzoru podle obrázku. Začíná tmavým kulečkem vlevo nahoře, přitom pravidelně střídá barvy v každém řádku a každém sloupci. Kolik jí zbude kuleček, když vytvoří co největší čtverec?



- (A) žádné (B) 40 každé z barev (C) 40 tmavých a 41 bílých  
(D) 41 každé z barev (E) 40 bílých a 41 tmavých

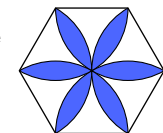
14. Regulární hrací kostka tvaru pravidelného čtyřstěnu má stěny označeny čísly 2, 0, 1 a 7. Hodíme čtyřmi takovými kostkami. Určete pravděpodobnost jevu: Kostky můžeme poté sestavit tak, že vznikne číslo 2017 užitím vždy právě jedné ze tří shora viditelných stěn každé kostky.

- (A)  $\frac{1}{256}$  (B)  $\frac{63}{64}$  (C)  $\frac{81}{256}$  (D)  $\frac{3}{32}$  (E)  $\frac{29}{32}$

15. Pro dvě po sobě jdoucí přirozená čísla platí, že jejich ciferné součty jsou dělitelné 7. Určete nejmenší možný počet číslic menšího z nich.

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

16. Na obrázku je pravidelný šestiúhelník se stranou délky 1 cm. Vyznačený květ ohraničují oblouky kružnic o poloměru 1 cm se středy ve vrcholech šestiúhelníku. Určete obsah květu v  $\text{cm}^2$ .



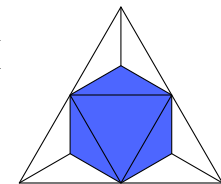
- (A)  $\frac{\pi}{2}$  (B)  $\frac{2\pi}{3}$  (C)  $2\sqrt{3} - \pi$  (D)  $\frac{\pi}{2} + \sqrt{3}$  (E)  $2\pi - 3\sqrt{3}$

Úlohy za 5 bodů

17. Necht  $a_1 = 2017$  a pro všechna přirozená čísla  $n$  platí  $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n}$ . Určete  $a_{2017}$ .

- (A) -2017 (B)  $-\frac{1}{2016}$  (C)  $\frac{2016}{2017}$  (D) 1 (E) 2017

18. Vrcholy tmavého mnohostěnu na obrázku jsou středy všech hran daného pravidelného čtyřstěnu. Určete poměr objemu tmavého mnohostěnu a daného čtyřstěnu.



- (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{1}{3}$  (C)  $\frac{2}{3}$  (D)  $\frac{3}{4}$  (E)  $\frac{4}{5}$